# Теоретический материал

## Теория

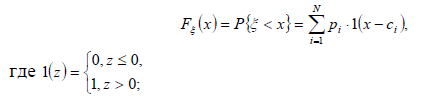
### Понятие дискретной случайной величины

Дискретной случайной величиной (ДСВ) называется случайная величина ξ, имеющая дискретное распределение вероятностей, определяемое дискретным множеством значений и заданными вероятностями значений

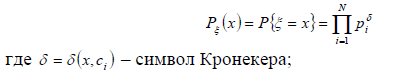


ДСВ имеет следующие функциональные и числовые характеристики

• функция распределения:



• функции вероятности:



• математическое ожидание:



• дисперсия:



Алгоритм моделирования ДСВ ξ, заданной распределением (13), состоит из вычисления вспомогательного вектора и двух шагов, повторяющихся при каждом обращении к алгоритму:

1. Моделирование с помощью датчика БСВ реализации *a*.

2. Принятие решения о том, что реализацией ξ является *x*, определяемое по правилу:



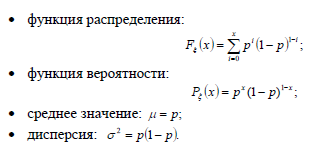
### Алгоритмы моделирования для дискретных распределений

На практике для описания ДСВ используются модельные дискретные законы распределения с числом параметров *N'<<N*. Это позволяет построить более экономичные и точные алгоритмы моделирования ДСВ.

1. ***Распределение Бернулли***

ДСВ ξ имеет распределение Бернулли *Bi(1,p)*, если , , где - параметр распределения.

Характеристики распределения *Bi(1,p)* (*x* ε{0,1}):



Распределение Бернулли описывает случайный эксперимент (испытание Бернулли) с двумя исходами: успех (ξ = 1) и неудача (ξ = 0), причем вероятность успеха равна p.

Алгоритм моделирования одной реализации случайной величины Бернулли состоит из двух шагов:

1. Моделирование реализации БСВ.

2. Принятие решения о том, что реализацией ξ является значение *x* определяемое по правилу:



Коэффициент использования БСВ *k* = 1.

*Точечная оценка параметра распределения Бернулли.*

Пусть – случайная выборка для распределения, зависящего от параметра . Тогда статистику , принимающую значения в , называют точечной оценкой параметра .

В качестве точечной оценки параметра распределения Бернулли можно взять значение , где – реализация случайной величины, которая имеет распределение Бернулли.

*Доверительный интервал для параметра распределения Бернулли.*

Доверительным интервалом параметра распределения СВ с уровнем доверия , порожденным выборкой , называется интервал с границами и , которые являются реализациями случайных величин и , таких, что .

Формулы для искомого доверительного интервала параметра распределения Бернулли, т.е. такие и , что :

1. ***Дискретное равномерное распределение***

ДСВ ξ имеет дискретное равномерноераспределение, если она принимает конечное число значений с равными вероятностями.

Параметры распределения: *a, b –* целые числа.

Характеристики распределения:

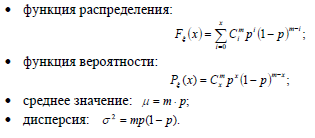
* функция распределения:
* функция вероятности:
* математическое ожидание
* дисперсия

1. ***Биномиальное распределение***

ДСВ ξ имеет биномиальное распределение *Bi(m,p)*, если: .

Параметры распределения: *m* – натуральное число; *p* ε (0,1).

Характеристики распределения *Bi(m,p)* (*x* ε {0,1,…,m}):



Биномиальная СВ ξ – это число успехов в *m* независимых испытаниях Бернулли, если вероятность успеха в каждом испытании равна *p*.

Алгоритм моделирования реализации биноминальной СВ ξ по методу браковки состоит из двух шагов:

1. Моделирование m реализаций БСВ

2. Принятие решения о том, что реализацией ξ является значение *x*, вычисляемое по формуле:

Таким образом, *x* – количество значений из {*ai*}, меньших *p*.

Коэффициент использования БСВ *k = 1/m.*

1. ***Отрицательное биномиальное распределение***

ДСВ ξ имеет отрицательное биномиальное распределение (*m,p*), если: Параметры распределения: *m* – натуральное число, *p* ε (0,1)

Характеристики распределения:

• функция распределения:

• функции вероятности:

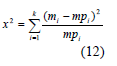
• математическое ожидание:

• дисперсия:

Описываемый тест используется для проверки гипотезы Н0 о равномерности двухмерного распределения векторов и представляет собой следующее решающее правило:



где в случае истинной гипотезы H0 и *n* → ∞статистика



имеет – распределение с *k* – 1 степенями свободы, а порог Δ определяется как квантиль этого распределения: , где ε – заданный уровень значимости.

1. ***Геометрическое распределение***

ДСВ ξ имеет геометрическое распределение *G*(*p*), если: – параметр распределения.

Характеристики распределения *G*(*p*) (*x* ε {1,2,…}):

• функция распределения:

• функции вероятности:

• математическое ожидание:

• дисперсия:

ДСВ ξ с законом распределения *G*(*p*) есть число испытаний Бернулли до первого успеха (включая первый успех), если вероятность успеха в каждом испытании равна *р*.

Алгоритм моделирования ДСВ ξ с законом распределения *G*(*p*) состоит из двух шагов:

1. Моделирование реализации *а* БСВ.

2. Принятие решения о том, что реализацией ξ является значение *x*, определяемое соотношением:

Коэффициент использования БСВ *k* = 1

1. ***Гипергеометрическое распределение***

Пусть имеется конечная совокупность, состоящая из *N* элементов. Предположим, что *n* из них обладают нужным нам свойством. Оставшиеся *N-n* этим свойством не обладают. Случайным образом из общей совокупности выбирается группа из *D* элементов. Тогда – ДСВ, равная количеству выбранных элементов, обладающих нужным свойством.

Параметры распределения:

Характеристики распределения:

* функция распределения
* функция вероятности



* математическое ожидание



* дисперсия



Гипергеометрическое распределение моделирует количество удачных выборок без возвращения из конечной совокупности.

1. ***Распределение Пуассона***

ДСВ ξ имеет распределение Пуассона *П*, если:

Параметры распределения: .

Характеристики распределения

• функция распределения:

• функции вероятности:

• математическое ожидание:

• дисперсия:

Распределение Пуассона моделирует случайную величину, равную числу событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью и независимо друг от друга.